

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Аллы Викторовны Макаровой «О разрешимости дифференциальных включений с текущими скоростями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Актуальность темы диссертационного исследования

В последние десятилетия в работах Э.Д. Конвея, П. Кри, Дж. Да Прато, Ж.П. Обена, М. Киселевича, Ю. Мотыля и многих других авторов получила большое развитие теория стохастических дифференциальных включений. По аналогии с уравнениями в форме Ито в указанных работах рассматривались включения, заданные в терминах стохастических интегралов. После введения в 60-х годах 20 века Э. Нельсоном понятия производной в среднем случайных процессов возникло новое направление – дифференциальные уравнения в терминах производных в среднем, которое имеет важные приложения в математической физике, экономике и других науках.

Начиная с работ Ю.Е. Гликлиха и его учеников, активно исследуются дифференциальные включения с производными в среднем справа. Однако наибольший интерес для приложений представляют уравнения и включения в терминах, так называемых, текущих скоростей – симметрических производных в среднем, поскольку именно они являются аналогами скорости детерминированных процессов. И если уравнения с текущими скоростями уже начали исследоваться, то для включений с текущими скоростями работа А.В. Макаровой является пионерской. Исследования в этом направлении являются весьма актуальными в связи с использованием включений в задачах оптимального управления и в других разделах математики.

Основным объектом исследования в диссертации А.В. Макаровой являются дифференциальные включения с текущими скоростями (симметрическими производными в среднем). Как сказано выше, это наиболее важный для приложений тип включений. Отметим, однако, что в отличие от включений с производными в среднем справа при исследовании этих включений не удастся напрямую использовать стохастические интегралы, то есть для них нужны новые методы исследования. Рассматривается задача о разрешимости таких включений на плоском n -мерном торе. Показана разрешимость в достаточно общих случаях для различных типов многозначных правых частей, соответствующих текущей скорости и так называемой квадратичной производной в среднем.

Подчеркнем, что информация о квадратичной производной также необходима для доказательства разрешимости включения с текущими скоростями.

Содержание работы

Диссертация состоит из списка обозначений, введения, трех глав, разбитых на 14 параграфов и списка литературы.

Первая глава работы носит вспомогательный характер и содержит необходимые сведения из теории многозначных отображений и стохастического анализа. В частности, даются определения классических производных в среднем по Нельсону, описывается квадратичная производная в среднем, введенная С.В. Азариной и Ю.Е. Гликлихом.

Вторая глава содержит полученные автором технические результаты, широко используемые в диссертации. В §2.1 предъявлены некоторые матричные конструкции, на которых основан ряд дальнейших доказательств. Кроме этого описывается конструкция римановой метрики на торе, порожденной гладкой невырожденной правой частью для квадратичной производной в среднем в уравнении с текущими скоростями, а также формы объема этой римановой метрики. Выделим основной результат §2.2, в котором получено достаточное условие слабой компактности вероятностных мер на пространстве непрерывных кривых, где меры соответствуют решениям последовательности уравнений с текущими скоростями.

В третьей главе автор переходит непосредственно к включениям. Доказана разрешимость дифференциальных включений с текущими скоростями в случае наличия у правых частей гладкого селектора; в случае наличия у правых частей гладких ε -аппроксимаций с ограниченными первыми производными; в случае, когда правые части имеют выпуклые замкнутые ограниченные образы и полунепрерывны сверху или снизу. Особо выделим случай, когда правая часть соотношения с квадратичной производной принимает значение в симметричных матрицах с постоянным определителем. Отметим, что для каждого из рассмотренных случаев доказательства специфичны.

Замечания

Существенных замечаний, кроме пожеланий для дальнейших исследований, у оппонента не имеется. Тем не менее, в работе имеется значительное число опечаток и текстовых ошибок, которые не затрудняют чтение диссертации. Приведем некоторые из них.

На странице 39, 9 строка снизу пропущен предлог «в».

На странице 40, 8 строка сверху подряд написан предлог «с».

На странице 58, 2 строка снизу подряд написано «по».

На странице 62, 12 и 14 строка сверху пропущены буквы в некоторых словах.

Имеются некоторые пунктуационные ошибки и т.п. Однако эти замечания не снижают общего положительного впечатления о работе.

Заключение

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в 13 работах. Две из них опубликованы в журналах, входящих в перечень рецензируемых журналов и изданий, рекомендованный ВАК РФ.

Диссертация А.В. Макаровой «О разрешимости дифференциальных включений с текущими скоростями» удовлетворяет всем требованиям п.9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Алла Викторовна Макарова заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики Донского
государственного технического университета

И.В. Павлов

Подпись доктора физико-математических наук, профессора Павлова Игоря Викторовича заверяю.

Ученый секретарь Ученого Совета Донского государственного технического университета



7.11.2016

В.Н. Анисимов